Logic for Computer Science.
Knowledge Representation and Reasoning.

Lecture Notes

for

Computer Science Students
Faculty EAIiIB-IEiT AGH

Antoni Ligęza

Other support material:

http://home.agh.edu.pl/~ligeza

https://ai.ia.agh.edu.pl/pl:dydaktyka:logic:start

Logiki Deskrypcyjne

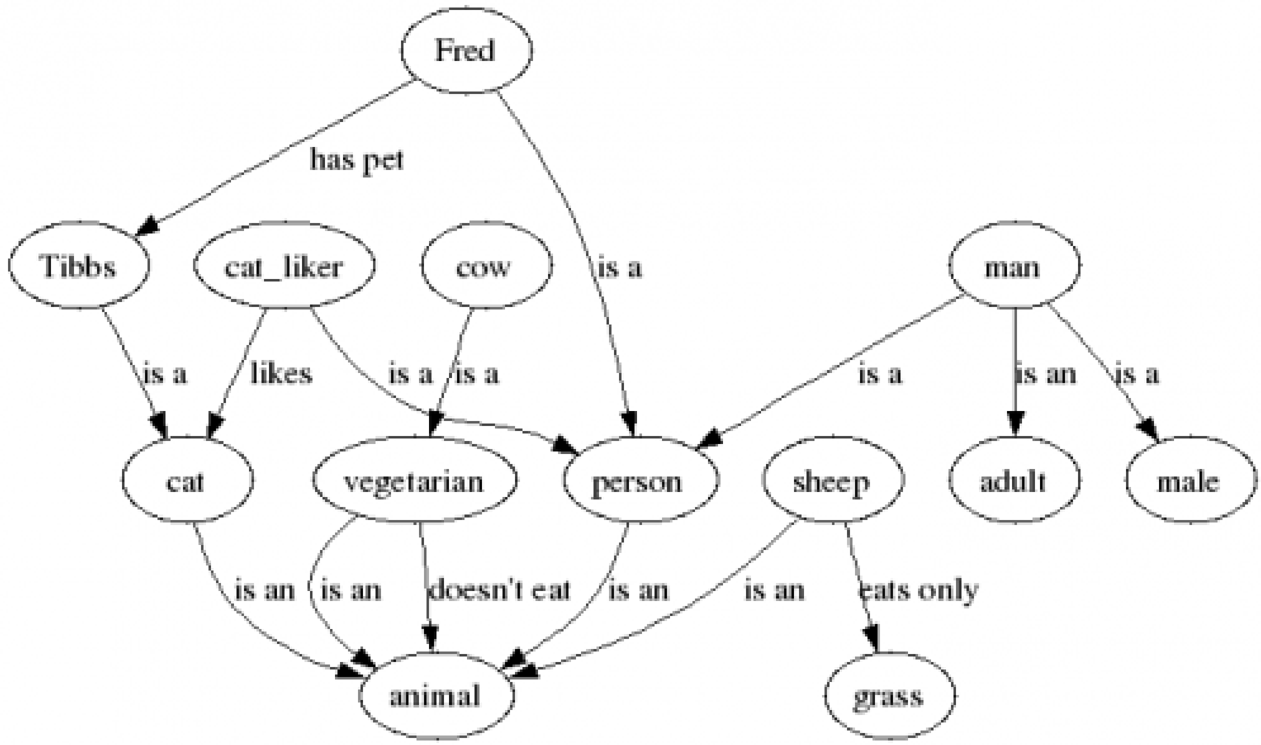

Figure 1: Example semantic net

Logiki Deskrypcyjne

Logiki deskrypcyjne (opisowe) — formalny sposób zapisu wiedzy (taksonomie, relacje, ograniczona kwantyfikacja: ontologie; umożliwiają ograniczone wnioskowanie.

- Logiki deskrypcyjne (opisowe) (ang. Description Logics, DL) są rodziną formalizmów reprezentacji wiedzy.
- Elementami reprezentacji są pojęcia (klasy) i instancje (obiekty) oraz role (relacje) (Nazwy w nawiasach używane są zwykle w ontologiach zapisanych w języku OWL, opartym na formalizmie DL).
- Logiki opisowe są koncepcyjnie powiązane z sieciami semantycznymi (ang. semantic networks) i ramami (ang. frames), jednak w przeciwieństwie do nich, przez swoje powiązanie z logiką pierwszego rzędu, posiadaję formalnie zdefiniowaną semantykę i zapewniają możliwość automatycznego wnioskowania.
- Intuicyjnie można powiedzieć, że logiki opisowe łączą paradygmat obiektowy (ramy, sieci semantyczne) z logiką (rachunek predykatów, logika 1. rzędu); stanowią też rozwinięcie koncepcji relacyjnych baz danych.

Wybrane fragmenty wiedzy zapisane w logice opisowej:

- $Fred : person$, $Tibbs : cat$, $(Fred, Tibbs) : has\_pet$
- $man \equiv person \sqcap adult \sqcap male$, $cat\_liker \equiv person \sqcap \exists likes.cat$
- $(cat\_liker, cat) : likes$, $(sheep, grass) : eats\_only$
- $cat \sqsubseteq animal$, $sheep \sqsubseteq animal \sqcap \forall eats.grass$

Logiki Deskrypcyjne: Taksonomie i Relacje

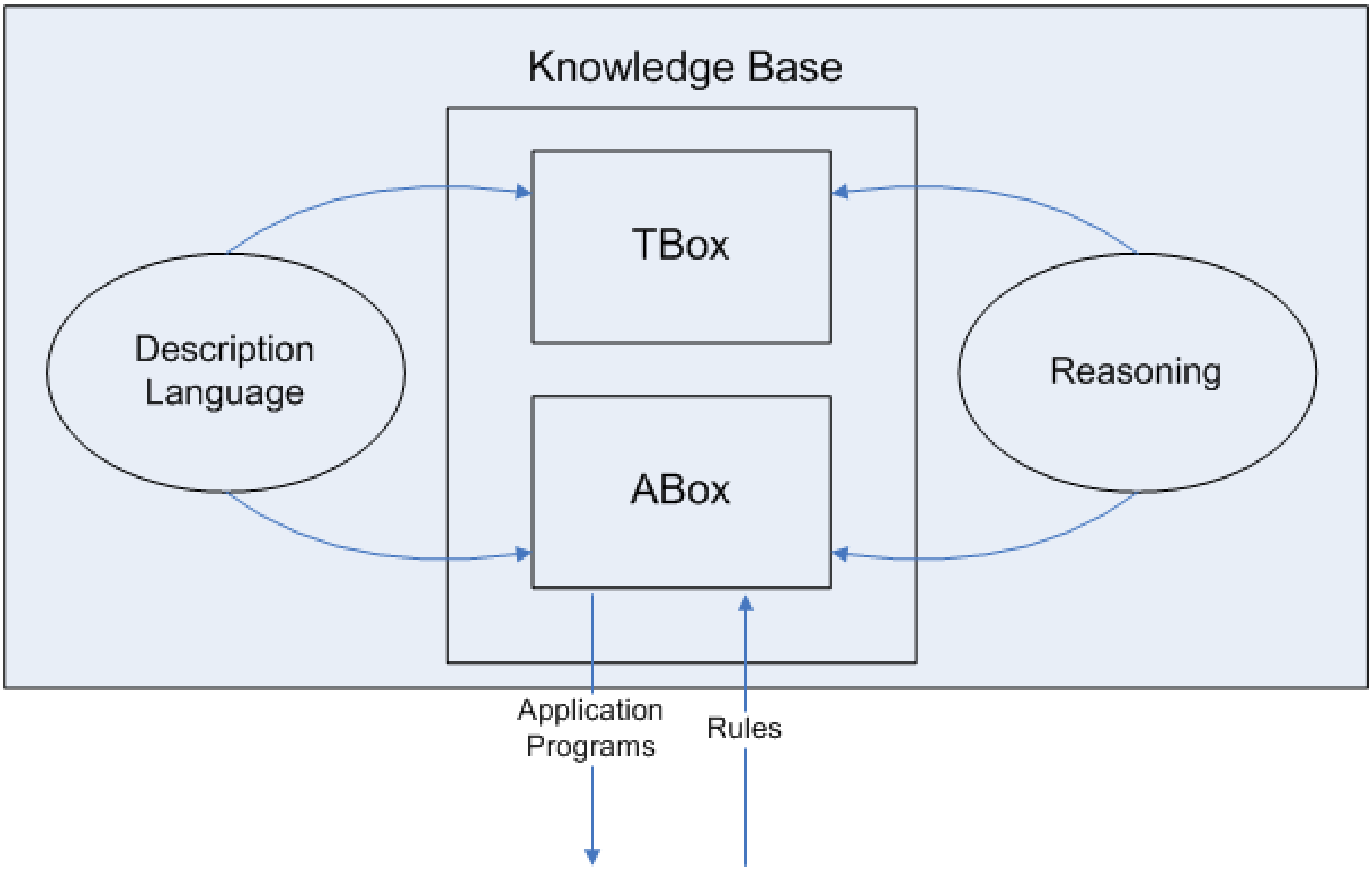

Figure 2: Komponenty bazy DL

Zastosowanie logik opisowych

Reprezentacja własności instancji (obiektu):

- przynależność obiektu do klasy (ang. concept assertions), np:
  - $Fred : person$ - Fred jest osobą
  - $Tibbs : cat$ - Tibbs jest kotem
- relacja między dwoma obiektami:
  - $(Fred, Tibbs) : has\_pet$ - Fred ma zwierzę, którym jest Tibbs

Definicje i własności pojęć:

- definicje pojęć (warunki konieczne i wystarczające), np.
  - $man \equiv person \sqcap adult \sqcap male$ - Mężczyzna to dorosła osoba rodzaju męskiego,
  - $cat\_liker \equiv person \sqcap \exists likes.cat$ - Miłośnik kotów to osoba, która lubi (jakiegoś) kota,
- relacje między pojęciami (klasami)
  - $(cat\_liker, cat) : likes$ - (każdy) miłośnik kotów lubi (jakiegoś) kota
  - $(sheep, grass) : eats\_only$ - (każda) owca je tylko trawę
- aksjomaty
  - $cat \sqsubseteq animal$ (każdy) kot jest zwierzęciem (hierarchia pojęć)
  - $sheep \sqsubseteq animal \sqcap \forall eats.grass$ owce to zwierzęta, które jedzą tylko trawę (warunek konieczny, ale nie wystarczający).

Bazowy język DL

Podstawowy język DL

- W języku logiki opisowej tworzymy opisy — formalizujemy ontologie.
- Podstawowe elementy języka to: atomicze pojęcia i atomiczne role.
- Złożone opisy tworzy się indukcyjnie za pomocą konstruktorów.
- Poszczególne języki DL różnią się między sobą zbiorem dopuszczalnych konstruktorów
- Najprostszy/bazowy język to $\mathcal{AL}$ - $\mathcal{ALC}$ (ang. Attributive Language)

Składnia DL/AL

- atomiczne pojęcia $(A, B, ...)$
- atomiczne role $(R, S, ...)$
- opisy $(C, D, ...)$; mogą nimi być:
  - A - pojęcie atomiczne
  - $\top$ - //top concept//, pojęcie uniwersalne oznaczające 'wszystko'
  - $\perp$ - //bottom concept//, pojęcie puste, oznaczające 'nic'
  - $\neg A$ - negacja
  - $C \sqcap D$ - koniunkcja
  - $\forall R.C$ - kwantyfikator uniwersalny: "dla każdego"
  - $\exists R.C$ - kwantyfikator egzystencjalny/szczegółowy: "istnieje"

Semantyka DL/AL

Semantyka DL/AL — Semantyka zdefiniowana jest poprzez //interpretację// składającą się z:

- dziedziny intepretacji: $\Delta^{\mathcal{I}}$ - niepustego zbioru, na który mapowane są symbole i relacje,
- funkcji interpretacji, która przypisuje:
  - każdemu atomicznemu pojęciu zbiór: $A \rightarrow A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
  - każdej atomicznej roli relację binarną: $R^{\mathcal{I}} \rightarrow \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$

Konstruktor	Składnia	Semantyka
pojęcie atomiczne (atomic concept)	A	$A^{\mathcal{I}} = A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
atomiczna rola (atomic role)	R	$R^{\mathcal{I}} = R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
pojęcie uniwersalne (universal concept)	$\top$	$\top^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}}$
pojęcie puste (bottom concept)	$\bot$	$\bot^{\mathcal{I}} = \emptyset$
(**atomic** negation)	$\neg A$	$(\neg A)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus A^{\mathcal{I}}$
koniunkcja/przecięcie (intersection)	$C \sqcap D$	$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
ograniczenie wartości (value restriction)	$\forall R.C$	$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \vert \forall b, (a,b) \in R^{\mathcal{I}} implies \ \ b \in C^{\mathcal{I}}\}$
(ograniczony) kwantyfikator egzystencjalny limited existential quantification)	$\exists R.C$ $\exists R.\top$	$(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \vert \exists b, (a,b) \in R^{\mathcal{I}} and \ \ b \in C^{\mathcal{I}}\}$ $(\exists R.\top)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \vert \exists b, (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\}$

Przykłady formalizacji

Przykład:

- pojęcia atomiczne: //Person//, //Female//, //Elephant// (uwaga: dopóki nie zapisze się tego explicite, pomiędzy pojęciami nie występują żadne relacje. Są to po prostu oznaczenia jakichś zbiorów)
  - osoba rodzaju żeńskiego: $Person \sqcap Female$
  - słonica: $Elephant \sqcap Female$
  - osoba, które nie jest rodzaju żeńskiego: $Person \sqcap \neg Female$
- atomiczna rola: //hasChild//
  - osoba, która ma (jakieś) dziecko/dzieci: $Person \sqcap \exists hasChild.\top$
  - osoba, której wszystkie dzieci są rodzaju żeńskiego $Person \sqcap \forall hasChild.Female$
  - osoba bezdzietna $Person \sqcap \forall hasChild.\bot$

Rodzina języków DL

Poszczególne języki DL rozróżniamy poprzez konstruktory, które dopuszczają.

Przykładowe konkstruktory:

- $\mathcal{U}$ - suma : $(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
- $\mathcal{E}$ - pełny kwantyfikator egzystencjalny : $(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} | \exists b, (a,b) \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\}$
- $\mathcal{N}$ - ograniczenia liczbowe:
- $(\geq nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} || \{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} | \geq n\}$
- $(\leq nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} || \{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} | \leq n\}$
- $\mathcal{C}$ - negacja : $(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$

Używające powyższych konstruktorów języki nazywają się odpowiednio:

- $\mathcal{ALU}$
- $\mathcal{ALE}$
- $\mathcal{ALN}$
- $\mathcal{ALC}$ -> odpowiada podzbiorowi logiki pierwszego rzędu ograniczonemu do formuł z dwoma zmiennymi.

Powiązanie z innymi rachunkami (logicznymi)

Większość logik opisowych jest podzbiorem logiki pierwszego rzędu:

- nazwy pojęć — predykaty unarne
- relacje (atomiczne) — predykaty binarne
- pojęcia — formuły z jedną wolną zmienną

Formuły logiki opisowej można intuicyjnie interpretować poprzez analogię do algebry zbiorów.

Przykład użycia	Składnia DL	Składnia FOL	Algebra zbiorów
Mężczyzna: **dorosły i osoba i rodzaju męskiego**	$C_1 \sqcap \ldots \sqcap C_n$	$C_1(x) \wedge \ldots \wedge C_n(x)$	$C_1 \cap \ldots \cap C_n$
Gazeta to **dziennik lub czasopismo**	$C_1 \sqcup \ldots \sqcup C_n$	$C_1(x) \vee \ldots \vee C_n(x)$	$C_1 \cup \ldots \cup C_n$
Wszystko, co jedzą wegetarianie to **nie mięso**	$\neg C$	$\neg C(x)$	C^c (dopełnienie zbioru)
Kraje UE to: **Niemcy, Francje, ..., Polska**	$\{x_1\} \sqcup \ldots \sqcup \{x_n\}$	$x = x_1 \vee \ldots \vee x = x_n$	$\{x_1\} \cup \ldots \cup \{x_n\}$
Każde zwierzę, które ma starsza pani **to kot**	$\forall P.C$	$\forall y.P(x,y) \rightarrow C(y)$	$\pi_Y(P) \subseteq C$
Właściciel psa **ma jakiegoś psa**	$\exists P.C$	$\exists y.P(x,y) \wedge C(y)$	$\pi_Y(P) \cap C \neq \emptyset$ ($sqcap$ - projekcja)
Rozsądny mężczyzna spotyka się z **maksymalnie 1 kobietą równocześnie** ;-)	$\leq nP$	$\exists^{\leq n} y.P(x,y)$	$card(P) \leq n$ (card - liczność zbioru)
Miłośnik zwierząt **ma minimum 3 zwierzaki**	$\geq nP$	$\exists^{\geq n} y.P(x,y)$	$card(P) \geq n$
Dziecko **to to samo co** młoda osoba	$C \equiv D$	$\forall x.C(x) \leftrightarrow D(x)$	$C \equiv D$
Każda foka jest zwierzęciem	$C \sqsubseteq D$	$\forall x.C(x) \rightarrow D(x)$	$C \subseteq D$

See: `https://en.wikipedia.org/wiki/Description_logic`